De Motu Corporum

PROPOSITIO XLV. PROBLEMA XXXI.

Orbium qui ſunt circulis maxime finitimi requiruntur motus apſidum.

Problema ſolvitur arithmetice faciendo ut orbis, quem corpus in ellipſi mobili (ut in propoſitionis ſuperioris corol. 2. vel 3.) revolvens deſcribit in plano immobili, accedat ad formam orbis cujus apſides requiruntur, & quærendo apſides orbis quem corpus illud in plano immobili deſcribit. Orbes autem eandem acquirent formam, ſi vires centripetæ quibus deſcribuntur, inter ſe collatæ, in æqualibus altitudinibus reddantur proportionales. Sit punctum *V* apſis ſumma, & ſcribantur T pro altitudine maxima *CV*, A pro altitudine quavis alia *CP* vel *Cp*, & X pro altitudinum differentia *CV*—*CP*; & vis, qua corpus in ellipſi circa umbilicum ſuum C (ut in corol. 2.) revolvente movetur, quæque in corol. 2. erat ut $\frac{FF}{AA} + \frac{RGG-RFF}{A\,cub.}$, id eſt ut $\frac{FFA+RGG-RFF}{A\,cub.}$, ſubſtituendo T−X pro A, erit ut $\frac{RGG-RFF+TFF-FFX}{A\,cub.}$. Reducenda ſimiliter eſt vis alia quævis centripeta ad fractionem cujus denominator ſit A *cub.* & numeratores, facta homologorum terminorum collatione, ſtatuendi ſunt analogi. Res exemplis patebit.

Exempl. 1. Ponamus vim centripetam uniformem eſſe, ideoque ut $\frac{A\,cub.}{A\,cub.}$, ſive (ſcribendo T−X pro A in numeratore) ut $\frac{T\,cub.-3TTX+3TXX-X\,cub.}{A\,cub.}$; & collatis numeratorum terminis correſpondentibus, nimirum datis cum datis & non datis cum non datis, fiet RGG—RFF+TFF ad T *cub.* ut —FFX ad —3TTX+3TXX—X *cub.* ſive ut —FF ad —3TT+3TX—XX. Jam cum orbis ponatur circulo quam maxime finitimus, coeat orbis cum circulo; & ob factas R, T æquales, atque X in infinitum diminutam, rationes ultimæ erunt RGG ad T *cub.* ut —FF ad —3TT, ſeu GG ad TT ut FF ad 3TT, & viciſſim GG ad FF ut TT ad 3TT, id eſt, ut

Liber Primus.

ut 1 ad 3; ideoque G ad F, hoc eſt angulus *VCp* ad angulum *VCP*, ut 1 ad $\sqrt{3}$. Ergo cum corpus in ellipſi immobili, ab apſide ſumma ad apſidem imam deſcendendo conficiat angulum *VCP* (ut ita dicam) graduum 180; corpus aliud in ellipſi mobili, atque ideo in orbe immobili de quo agimus, ab apſide ſumma ad apſidem imam deſcendendo conficiet angulum *VCp* graduum $\frac{180}{\sqrt{3}}$: id ideo ob ſimilitudinem orbis hujus, quem corpus agente uniformi vi centripeta deſcribit, & orbis illius quem corpus in ellipſi revolvente gyros peragens deſcribit in plano quieſcente. Per ſuperiorem terminorum collationem ſimiles redduntur hi orbes, non univerſaliter ſed tunc cum ad formam circularem quam maxime appropinquant. Corpus igitur uniformi cum vi centripeta in orbe propemodum circulari revolvens, inter apſidem ſummam & apſidem imam conficiet ſemper angulum $\frac{180}{\sqrt{3}}$ graduum, ſeu 103 *gr.* 55 *m.* 23 *ſec.* ad centrum; perveniens ab apſide ſumma ad apſidem imam ubi ſemel confecit hunc angulum, & inde ad apſidem ſummam rediens ubi iterum confecit eundem angulum; & ſic deinceps in infinitum.

Exempl. 2. Ponamus vim centripetam eſſe ut altitudinis A dignitas quælibet A^{n-3} ſeu $\frac{A^n}{A^3}$: ubi $n-3$ & n ſignificant dignitatum indices quoſcunque integros vel fractos, rationales vel irrationales, affirmativos vel negativos. Numerator ille A^n ſeu $\overline{T-X}|^n$ in ſeriem indeterminatam per methodum noſtram ſerierum convergentium reducta, evadit $T^n - nXT^{n-1} + \frac{nn-n}{2}XXT^{n-2}$ &c. Et collatis hujus terminis cum terminis numeratoris alterius RGG—RFF+TFF—FFX, fit RGG—RFF+TFF ad T^n ut —FF ad $-nT^{n-1} + \frac{nn-n}{2}XT^{n-2}$ &c. Et ſumendo rationes ultimas ubi orbes ad formam circularem accedunt, fit RGG ad T^n ut —FF ad $-nT^{n-1}$, ſeu GG ad T^{n-1} ut FF ad nT^{n-1}, & viciſſim GG ad FF ut T^{n-1} ad nT^{n-1} id eſt ut 1 ad n; ideoque G ad F, id eſt angulus *VCp* ad angulum *VCP*, ut 1 ad $\sqrt{n}$. Quare cum angulus *VCP*, in deſcenſu corporis ab apſide ſumma ad apſidem imam in ellipſi confectus, ſit graduum 180; conficietur angulus *VCp*, in deſcenſu corporis ab

T apſide

ISAAC NEWTON Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica LONDON, 1726 THE WARNOCK LIBRARY Octavo